جایگاه اصول موضوع در تدریس

ریاضی در دبیرستان

مانی رضائی، دانشگاه شهید بهشتی
محمدحسین مشتاق، دبیر ریاضی تهران و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده
تدریس اصول موضوع در برخی از مدارس کشور، امری رایج و متداول است، البته این امر همواره با شک و گمان همراه است که آیا چنین رویکردی برای دانش‌آموزان متوسطه مفید و قابل فهم است؟ آموزش اعداد حقیقی با رویکرد اصول موضوعی یکی از این موارد است که در دورهٔ ریاضیات جدید به آموزش عمومی وارد و بعد از آن طی مراحلی از آموزش حذف شد ولی همچنان در مدارس خاص توسط معلمان تجربه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: رویکرد اصل موضوعی، دورهٔ ریاضیات جدید، ریاضی دبیرستانی

مقدمه
گروهی همچون سافیس[1] (۱۹۶۵)، معتقد بودند که آموزش اصول موضوعی اعداد حقیقی، به شناخت دانش‌آموزان از اعداد و اعمال جبری مربوط به آن، کمک می‌کند. آنان همچنین، روش‌های اصل موضوع را شرط لازم در ساختارهای آموزش ریاضی دانسته و تنها راه آموزش استدلال و اثبات‌های ریاضی را از طریق آموزش اصول موضوع می‌دانستند. در مقابل، عده‌ای مانند دویلیرز[2] (۱۹۸۶)، معتقد بودند که این رویکرد، یک انتزاع زود هنگام و بی‌مورد در آموزش مدرسه‌ای است و برای مثال، آموزش اعداد حقیقی از طریق بیان اصول موضوع آن، برای بسیاری از دانش‌آموزان بی‌فایده بوده و در توسعه ریاضیاتی که بعدها بدان نیازمندند، کاربرد جدی ندارد. به همین دلیل وی، اتخاذ چنین رویکردی را به تدریس ریاضی دبیرستانی، باعث اتلاف وقت و سرمایه نظام‌های آموزشی می‌دانست.

چرایی و چیستی اصول موضوع
هر نظریهٔ علمی متشکل از یک رشتهٔ متناهی از اشیایی است که مورد بحث قرار می‌گیرد و شامل مجموعه‌ای از گزاره‌های درست است که خواص

معینــی از این اشــیا و یــا رابطهٔ بین آن‌هــا را بیان می‌کند. مثلاً در هندســه، نقطه و خــط و مانند آن، اشــیای مورد بحث‌اند و گزاره‌هایــی مانند «هر نقطه کــه بر روی عمودمنصف یک پاره‌خــط قرار گیرد، از دو طرف آن به یک فاصله اســت» گزاره‌هایی درست هستند. حال اگر در یک نظریهٔ علمی بخواهیم اشیای مورد بحث را تعریف کنیم، یا درستی گزاره‌ای را ثابت کنیم، چه باید بکنیم؟ لاّلی (۱۳۶۳) روش مطلوب را آن می‌داند که هر چه را از آن ســخن می‌رود، تعریف کنیم و هر چه را بدان حکم می‌شود، اثبات کنیم. اما این روش در نظریه‌های علمی ممکن نیست. به‌عنوان مثال، در هندســه، هنگامی‌کــه می‌خواهیم نقطه را تعریف کنیم، مجبوریم به اشیای دیگری استناد کنیم و برای تعریف اشــیای دیگر بــه عبارت‌های دیگری متوسل شــویم. همین مشکل، در اثبات درستی یک گزاره وجود دارد. ولی در حین کار به تعداد معدودی شئ یا گزاره می‌رســیم که ادامهٔ روش فوق منجر به تسلسل می‌شود که در نهایت تعریف شئ مورد نظر، یا درستی گزارهٔ مذکور، غیرممکن می‌شود.

برای احتراز از این مانع، ممکن است چنین عمل شــود که بسیاری از عبارت‌ها و یا گزاره‌ها را بر اساس تجربه پذیرفت، و بعضی دیگر را بدیهی پنداشــت، با این موضع، وارد آن مبحث ریاضی می‌شــویم. ضعف این روش در آن اســت که همیشــه در شک و تردید باقی می‌مانیم و نمی‌دانیم چه اشیایی یا عبارت‌هایی تعریف شده است و در اثبات یک گزاره، به چه اصولی استناد شــده اســت. بنابراین، ممکن است برهان‌ها بر اســاس مطالبی مبهم و گزاره‌هایی بی‌پایه اســتوار شود که این امر مطلوب نیست. برای حل این مشکل لاّلی (۱۳۶۳) این ســؤال را مطــرح می‌کند که پس چــه باید کرد؟ راه‌حلی را کــه اکثر ریاضی‌دانان بدان دســت یافته‌اند، آن اســت که تعداد محدودی از این اشــیا را به‌عنوان عبارت‌های تعریف‌نشدنی (یا حدود اولیه) بپذیرند، و اشیای بعدی را به کمک آن به‌عنوان عبارت‌های تعریف‌شدنی (یا حدود ثانویه) بیان کنند. در مورد گزاره‌ها نیز می‌توان به همین نحو عمل کرد، یعنی درســتی تعداد مشخصی از گزاره‌ها را به‌عنوان اصول اولیه (یا اصول موضــوع) پذیرفت و گزاره‌های درستی که نتیجهٔ منطقی اصول اولیه است، به‌عنوان قضیه بیان کرد. ولی مشــکل اساسی در پذیرش این روش آن اســت که کدام شــئ را به‌عنــوان «عبارت تعریف‌نشــدنی» و کــدام اصــل را به‌عنــوان «اصول اولیه» باید پذیرفت؟ خط مشــی اساسی آن است که عبارت‌های تعریف‌نشدنی و اصول اولیه نباید منجر به تناقض گردد و لازم اســت در حدی شفاف باشند که بتوان آن نظریهٔ علمی را تأسیس و گسترش داد.

به‌طور کلــی، دیــدگاه اصل موضوعــی می‌تواند چنین توصیف شود که اثبات یک قضیه در یک نظام استنتاجی، نشان دادن این موضوع است که آن قضیه، نتیجــهٔ منطقی و ضــروریِ تعدادی گزاره اســت که درستی آن‌ها پیش از آن، ثابت شده است. این گزاره‌ها نیز خودشــان باید نتیجهٔ گزاره‌های پیش از آن باشند و به همین ترتیب تا به آخر برســیم. در حقیقت، اگر مجاز نبودیم در بازگشــت به عقب، در نقطه‌ای توقف کنیم، فرایند اثبات ریاضی کاری ناممکن می‌شــد که ورود به یک سیر قهقرایی نامتناهی بود. پس باید چند گزاره، موسوم به «اصل موضوع» یا فرض وجود داشته باشــند که بتوانیم درستی آن‌ها را بپذیریم و نیازمند اثبات نباشــند. سپس بر اســاس این‌ها، می‌شود همهٔ قضیه‌های دیگر را با اســتدلال منطق محض به‌دست آورد. اگر حکم‌های یک مبحث علمی از چنان ترتیب منطقی برخوردار شوند که بتوان نشان داد همهٔ آن‌ها از چند گزارهٔ برگزیده -که ترجیحاً کم‌شــمار، ساده، و موجه باشند- به‌دست آیند، گفته می‌شود آن مبحث در قالــب اصل موضوع عرضه شــده اســت. ولی برای ثمربخش بــودن روش اصل موضوع، باید این گزاره‌ها ســاده باشند و تعدادشــان خیلی زیاد نباشد. به‌علاوه این اصول موضوع باید با هم ســازگار باشــند، به این معنی که دو قضیهٔ متناقض از آن‌ها اســتنتاج نشــود. همچنین، اصول موضوع باید تمام (کامل) باشند یعنی هر قضیهٔ آن مبحث از آن‌ها قابل استنتاج باشد. برای رعایت صرفه‌جویی نیز مطلوب است که اصول موضوع، مســتقل از هم باشند، یعنی هیچ‌یک از اصل‌ها نتیجهٔ منطقی دیگر اصول نباشد (کورانت و رابینز، ۱۹۹۵).

اصول موضوع در ریاضی

ساختار اصول موضوع در ریاضی، سابقهٔ دیرینه‌ای دارد، در حدود سی‌صد سال قبل از میلاد، اقلیدس با

نگارش کتاب «اصول» در هندسه، بنیادی را بنا نهاد که تا قرن‌ها، مستحکم‌ترین بنیاد نظری بشر محسوب می‌شد. ساختار این کتاب به این شکل بود که درستی گزاره‌های ساده و به‌ظاهر بدیهی را، به‌عنوان اصل می‌پذیرد و به استناد آن بسیاری از گزاره‌های دور از ذهن را ثابت می‌کند. ساختاری که در آن مفاهیم باید ابتدا تعریف شوند و ناگزیر نیازمند وجود مفاهیم تعریف‌نشدنی است، که وجود آن‌ها را نیز باید بی‌دلیل پذیرفت و با استفاده از آن مفاهیم پایه‌ای، مفاهیم دیگر را تعریف کرد. «کتاب اصول» به‌قدری مورد توجه ریاضی‌دانان قرار گرفت که تا قرن‌ها، هر جا سخن از هندسه بود، منظور هندسه اقلیدسی بود. البته دیوید هیلبرت به سفارش کلاین، در اواخر قرن نوزدهم، با نوشتن کتاب «**مبانی هندسه**[3]» صورت‌بندی دقیق‌تری برای هندسهٔ اقلیدسی ارائه داد. پیش از آن نیز ریاضی‌دانان متعددی با تغییر دادن اصل پنجم از اصول اقلیدس، به هندسه‌های نااقلیدسی متفاوتی دست یافتند.

هر چند به یقین نمی‌توان گفت که ریاضیات یونانی تنها در قالب اصل موضوعی انعطاف‌ناپذیر کتاب اصول پدید آمده یا عرضه شده است، ولی تأثیر این کتاب در نسل‌های بعدی، چنان عظیم بود که اصول به‌صورت الگوی ثابت دقیق در ریاضیات درآمده تا جایی که گاهی فیلسوفانی در حوزهٔ اخلاق مانند اسپینوزا،کوشیدند که استدلال‌ها را به شکل قضایای حاصل از تعریف‌ها و اصول موضوع مانند «اثبات هندسی[4]» عرضه کنند. با این وجود در ریاضیات نوین، پیروی از سنت اقلیدسی در قرن‌های هفدهم و هجدهم آغاز شد و از آن پس، روش اصل موضوع در همهٔ شاخه‌های ریاضیات به‌طور فزاینده رسوخ کرد که یکی از آخرین نتایج آن، ابداع رشتهٔ جدید «منطق ریاضی» بود (کورانت و رابینز، ۱۹۹۵).

اصول موضوع در آموزش ریاضی

به گفتهٔ هنا (۱۹۸۳)، در ریاضیات مدرسه‌ای حرکتی با عنوان ریاضیات جدید در اوایل دههٔ ۱۹۵۰ آغاز شد و بین سال‌های ۱۹۵۵ و ۱۹۵۶، به اوج خود رسید. این حرکت، علاوه بر قرار دادن حوزه‌های بسیار مجردی از ریاضیات مدرن در ریاضیات مدرسه‌ای، تأکید بسیاری بر ریاضیات به‌عنوان یک ساختار اصل موضوعی داشت و بر منطق و اثبات، تأکید ویژه‌ای می‌کرد (قدکساز خسروشاهی، ۱۳۸۶).

به گفتهٔ کلمنتس[5] و الرتون[6] (۱۹۹۶)، هر چند که ریاضی‌دانان دانشگاهی نقش مهمی در توسعهٔ این نوع ریاضی در آموزش مدرسه‌ای داشتند، اما به‌طور کامل از آن برنامه حمایت نمی‌کردند؛ تا جایی که در اوایل دههٔ ۱۹۶۰، بسیاری از ریاضی‌دانان با نفوذ، اعلام کردند که از تغییرات جدید در ریاضی مدرسه‌ای، حمایت نمی‌کنند.

در مقابل، سافیس (۱۹۶۵) در دفاع از روش‌های اصول موضوعی و در مقابلِ نهضت تشکیل شده برای حذف ریاضیات جدید از آموزش عمومی، مقاله‌ای تحت عنوان «روش اصول موضوعی در ریاضیات مدرسه‌ای» نوشت. در این مقاله، او مدعی شد که اهمیت دادن به روش‌های اصل موضوعی در آموزش ریاضیات دانشگاهی و ریاضیات تحقیقی، کافی نیست. وی سه دلیل اساسی را برای ضرورت وجود روش اصول موضوعی در آموزش ریاضیات دبیرستانی ارائه کرد:

- انتظار می‌رود دانش‌آموزان دبیرستانی، به ریاضیاتی مجهز شوند که فراتر از ریاضیات مقدماتی است که بهترین مثال آن، اعداد حقیقی است که باید به آن تسلط کافی داشته باشند و به‌راحتی بتوانند با آن محاسبه کنند. خواصی که از اعداد حقیقی در روش آموزش اصل موضوعی به دانش‌آموز داده می‌شود، منحصر به‌فرد و پایه‌ای هستند که از روش‌های دیگر، نمی‌توان به آن دست یافت. علاوه‌بر آن، بسیاری از خواص ابتدایی تعمیمی طبیعی، مربوط به آموخته‌های سال‌های قبل دانش‌آموزان است. اصول موضوع به دانش‌آموزان اطمینان می‌دهد که خواصی که باید بدانند، محدود به همان اصول موضوع است و قضیه‌ها باید از این اصول تبعیت کنند و با آن‌ها سازگار باشند.
- تبدیل شهود به اثبات ریاضی اهمیت زیادی دارد.
- یادگیری تفکر در ریاضی مدرن، اهمیت روزافزونی یافته است که به‌عنوان بدنهٔ اصلی ریاضی، درحال گسترش است (سافیس، ۱۹۶۵).

سافیس (۱۹۶۵) اعتقاد داشت که روش اصول موضوعی برای ریاضیات محض، هیچ تضادی برای

به دلیل پیچیده بودن ساختار تفکر بشر، امکان ندارد که آن را با یک دستگاه اصل موضوعی ریاضی‌وار، مدل‌سازی کنیم. اصول ذهنی افراد، با سازوکارهای پیچیده‌ای در حال تغییر است و همین تغییر است که موجب خلاقیت می‌شود

استفاده از رویکرد حل مسئله در ریاضی ندارد. ولی با وجـود این نوع جانبداری‌ها از ضرورت حضور ریاضی اصل موضوعی در دبیرستان، در دهۀ ۱۹۷۰، آموزش ریاضیات جدید مدرسـه‌ای در آمریکا زیر سؤال رفت و عمـلاً از برنامۀ درسـی ریاضی مدرسـه‌ای حذف شـد. این در حالی است که در بسـیاری از کشورها، بـا این موضع کـه ریاضیات مدرسـه‌ای آن‌ها باید با پیشرفت‌های معاصر در سـایر نقاط دنیا برابری کند (کلمنتـس و الرتـون، ۱۹۹۶). در ایـران نیز چنین تحولاتی را در عرصۀ ریاضیات مدرسـه‌ای می‌توان با بررسـی کتاب‌های مدرسه‌ای مشاهده کرد که تجلی آن، کتاب‌های ریاضی نظام اسـبق آموزش متوسطۀ عمومـی در ایـران بود کـه تحت‌تأثیـر برنامۀ تمام شـدۀ دوره ریاضی جدید، تازه از ابتدای دهۀ ۱۳۵۰ شمسـی شروع شد و به تدریج فراگیر شد. این برنامه از سـال ۱۳۷۱ به تدریج، با رویکرد دیگری جایگزین شـد و در سـال ۱۳۷۷، رسماً فراگیر شـد. با تغییر رویکرد به برنامۀ ریاضی مدرسه‌ای، استفاده از شهود و تجربـه برای ورود به موضوعات درسـی ریاضی، بر استفاده از رویکرد اصل موضوعی غلبه یافت (قدکساز خسروشاهی، ۱۳۸۶).

نقدهایی بر آموزش ریاضی با رویکرد اصل موضوعی

در حالی‌کـه بسـیاری از معلمان و آموزشـگران سنتی، روش اصل موضوعی آموزش ریاضی را بهترین می‌دانند، دویلیرز (۱۹۸۶) اذعان می‌دارد که بسیاری دیگـر از جمله فرودنتال[۷]، هرش[۸]، هیومن[۹]، کلاین[۱۰]، فیشـباین[۱۱]، لاکاتوش[۱۲]، فن‌هیلی[۱۳]، نقدهای فلسفی و پداگوژیکـی متعددی را بر این نوع برنامه درسـی ریاضی برای آموزش مدرسه‌ای، وارد کردند. در اینجا به‌طـور خلاصه، به برخی از نقدهایی که توسـط این افراد بر این رویکرد آموزشی وارد شده است، پرداخته می‌شود.

به عقیده دویلیرز (۱۹۸۶)، برخورد اصل موضوعی با ریاضیات، چهرۀ نادرسـتی از آن بـه دانش‌آموزان نشـان می‌دهد و بازتـاب ماهیت واقعـی یک تولید ریاضی نیست. نگاهی به تاریخ ریاضی نشان می‌دهد که دانش جدیـد در ریاضی، معمولاً با اصول موضوعِ از قبل تعیین شـده و استخراج قضایای جدید، تولید نمی‌شـود و چنین روندی، بیشـتر از آنکه یک قاعده باشـد، یک استثنا اسـت. از نقطه‌نظر تاریخی، اصول موضوع، اغلب چیزهای از پیش تعیین شـده در یک تولید ریاضی نیسـتند، بلکه اکثـر تولیدات ریاضی، با اسـتفاده از حـدس زدن، نظریه‌پـردازی، تجزیه و تحلیل، تجرید، تعمیم و غیره صورت می‌پذیرند. وی در توضیح ایـن ادعا، بیان می‌کند که اصول موضوع، معمـولاً پس از یک تولید ریاضی و برای فرمول‌بندی آن، حـذف کردن بحث‌هـای اضافـی، دقیق کردن اثبات‌هـا و ارائۀ ایـن تولید به جامعـۀ ریاضی‌دانان به‌وجود می‌آینـد. دویلیرز به نقل از فیشـباین بیان می‌کند که یک ریاضـی‌دان حرفه‌ای، با خواندن یک ارائۀ اصل موضوعی از یک مبحث ریاضی، می‌تواند با شـهود خود، تفکر نویسنده را بازسازی کند و نمادها و اصـول و مفاهیم اولیه را بـرای خویش تصور کند؛ اما چنین کاری از یک دانش‌آموز معمولی برنمی‌آید.

علاوه بر این، با تدریس اصل موضوعی ریاضیات، دانش‌آموزان نقشـی در تولید ریاضی نخواهند داشت و آن را به‌طـور واقعـی تجربـه نمی‌کننـد. در واقع، رویکرد اصـل موضوعی در تدریـس ریاضی، توانایی دانش‌آمـوزان را بـرای تولیـد ریاضـی، به حسـاب نمـی‌آورد که این موضـوع می‌توانـد از لحاظ روانی مخرب باشـد. زیرا طبیعی است که دانش‌آموزان باور کنند که ریاضی، توسط نخبگانی به‌وجود آمده است کـه با اصول موضوع شـروع می‌کنند و با اسـتدلال مستقیم و بدون اشتباه، به قضیه‌ها می‌رسند. با تصور چنین ذهن‌های دسترسی‌ناپذیری، دانش‌آموز ممکن اسـت احساس ناتوانی کند (دویلیرز، ۱۹۸۶، به نقل از کلاین، ۱۹۷۷).

عـلاوه بـر این‌ها، بـا رویکرد اصـل موضوعی به تدریس ریاضی، ممکن اسـت که دانش‌آموزان، لزوم وجود اصول را احسـاس نکنند و آن‌ها را موضوعاتی بداننـد که اگرچـه برای آن‌ها مبهم اسـت، اما برای نخبگان ریاضی و معلمانشـان، بدیهی و روشن است. این در حالی اسـت که در یک دستگاه اصل موضوع، بسـیاری از دانش‌آموزان، الزاماً تفـاوت بین اصول و قضیه‌های اولیه‌ای را که به‌نظرشـان بدیهی هسـتند نمی‌دانند. بنابراین، آن‌ها نمی‌دانند که چرا از یک سو، بایـد گزاره‌هایی بدیهی را به‌عنوان اصول بپذیرند و از سویی دیگر، قضیه‌های اولیه‌ای هم، که برای آن‌ها به

با تدریس اصل موضوعی ریاضیات، دانش‌آموزان نقشی در تولید ریاضی نخواهند داشت و آن را به‌طور واقعی تجربه نمی‌کنند. در واقع، رویکرد اصل موضوعی در تدریس ریاضی، توانایی دانش‌آموزان را برای تولید ریاضی، به حساب نمی‌آورد که این موضوع می‌تواند از لحاظ روانی مخرب باشد

همان اندازه بدیهی به‌نظر می‌رسند، باید اثبات شوند. هم‌چنیـــن، در رویکرد اصل موضوعی، برای رســـیدن بـــه قضایای جالب که به اندازهٔ لازم غیربدیهی بوده و نیاز به اثباتشان توسط دانش‌آموزان احساس می‌شود، معمولاً راه‌هایی طولانی وجود دارد که پیمودن آن‌ها، برای تعداد زیادی از دانش‌آموزان خسته کننده است.

یکی دیگر از نقدهای آموزشی که بر این رویکرد وارد شـــده، این است که چون دانش‌آموزان نقشی در انتخاب اصول موضوع و تعریف‌های اولیه نداشته و آن را موضوعی تمام شده می‌بینند، ریاضیات را موضوعی خشـــن و انعطاف‌ناپذیر می‌یابند که خلاقیت در آن، نقشـــی ندارد. با چنین احساسی نســـبت به ریاضی، ممکن اســـت ایـــن دانش‌آموزان بـــدون درک و فهم کافی، به یادگیـــری طوطی‌وار و حفظ کردن اصل‌ها، تعریف‌ها، قضیه‌ها، گزاره‌ها و اثبات‌ها بپردازند.

البته لازم به یادآوری اســـت کـــه این نقدها، بر طراحی برنامه درســـی ریاضیات مدرسه‌ای و تدریس ریاضی با رویکرد اصل موضوعی مطرح شدند. در غیر این صورت، دستگاه‌های اصل موضوعی به‌عنوان یک دست‌آورد عالی تفکر بشری، به‌منظور نظام‌مند کردن تفکر است. به همین دلیل، به نظر می‌رسد که رویکرد اصـــل موضوعی، نه تنها به‌عنوان روشـــی بـــرای ارائه ریاضی، بلکه به عنـــوان موضوعی برای آموزش روش تفکر نظام‌مند، مفید و حتی ضروری اســـت (قدکساز خسروشاهی، ۱۳۸۶).

روش تفکر

شافرســـمن (۱۹۹۱) معتقد است هر آموزشی دو وجه دارد که شـــامل «موضوع تفکر» و «روش تفکر» است. از نظر وی، به چه چیز فکر کردن، همان موضوع تفکر اســـت که به‌طور مرسوم و به‌عنوان اولین هدف آمـــوزش، به آن توجـــه ویژه‌ای می‌شـــود و نظام‌های آموزشـــی، تأکید زیادی بر آن داشـــته و بســـیاری از معلمـــان و یادگیرندگان، بیشـــتر تلاش و انرژی خود را صـــرف آن می‌کنند. در حالی‌کـــه در دنیای امروز که حجم اطلاعات با ســـرعت زیادی در حال افزایش اســـت، چنین آموزشـــی -یعنی دادن اطلاعات تازه و طبقه‌بندی شده در شرایطی که در آینده، به سرعت اطلاعات دیگری جایگزینشان خواهند شد- خطاست. به این دلیل، شافرســـمن (۱۹۹۱) توصیه می‌کند که به‌جای این‌که به دانش‌آموزان بیاموزیم به چه چیزی فکر کنند، بهتر اســـت به آن‌ها یاد بدهیم چگونه فکر کننـــد که این به معنای توجه بیشـــتر بـــه وجه دوم آموزش یعنی روش تفکر در آموزش مدرسه‌ای است.

در همین راســـتا، جونـــز (۲۰۰۱) اظهار می‌دارد که روش تفکـــر، تلاش برای درســـت قضاوت کردن با اســـتفاده از شواهد موجود اســـت و به اعتقاد وی، بسیاری از افراد، باورهایشان همان چیزهایی است که همه قبول دارند. در حالی که یک متفکر، تفکر خاص خـــود را دارد و حتی اگر قضاوت‌هایش بین بقیه رایج نباشـــد، با قدرت خطرپذیری که دارد، می‌تواند از آن دفاع کند.

نکتـــه مهم در این بحث این اســـت که بســـیاری از محققـــان از جملـــه شافرســـمن (۱۹۹۱)، ادافر و تورنکویست (۱۹۹۳)، جونز (۲۰۰۱)، دوبونو (۱۹۹۲) و شـــیروانی (۱۳۸۳)، روش تفکـــر را قابـــل یادگیری و قابـــل توســـعه می‌دانند و بعضی از آنـــان، به وجود برنامه‌های متنوعی که بـــرای آموزش روش تفکر در نظام‌های آموزشـــی مختلف طراحی شـــده‌اند، اشاره کرده‌اند.

در ایـــن مقالـــه، بـــا پذیرفتـــن این موضـــوع که روش تفکـــر قابل آموزش اســـت، بـــه رابطهٔ بین فهم ســـاختارهای اصل موضوعی و توســـعهٔ توانایی روش تفکر می‌پردازیم.

فهم ساختارهای اصل موضوعی

هنا (۱۹۸۳) هر ساختار اصل موضوعی را متشکل از چهـــار مؤلفـــه «مفاهیم اولیه یا تعریف نشـــدنی»، «تعریف‌ها»، «اصول» و «قواعد استنتاج» می‌داند که هر کدام در تقویت تفکر منطقی، نقشی عمده دارند.

الف) مؤلفه اول: مفاهیم اولیه یا تعریف نشدنی

بـــه گفتهٔ جونـــز (۲۰۰۱)، یک تعریـــف، بیانی از معنی یا معانی یک کلمه است که محدودهٔ کاربرد آن کلمه را به‌طور دقیق، مشخص می‌کند. تعریف یکی از مؤلفه‌های اصلی تفکر علمی، منطقی و نقادانه است و لزوم وجود آن در تمامی علوم، از علوم ریاضی گرفته تا علوم تجربی و علوم انســـانی، احســـاس می‌شـــود. قدکسازخسروشـــاهی (۱۳۸۶)، یکی از ضعف‌هایی را

که در توانایی روش تفکر افراد جامعه دیده می‌شود، مربوط به عدم دقت در تعریف واژه‌ها می‌داند و آن را از دوجنبه بررسی کرده است؛ یکی این که از یک متفکر انتظار می‌رود نسبت به تعریف دقیق واژه‌ها حساس باشد و مورد دیگری که باید در هر تعریفی رعایت شود، اجتناب از «تعریف دوری[۱۴]» به این معناست که مفهوم الف را توسط ب و مفهوم ب را توسط الف تعریف نکنیم. مثلاً اگر بگوییم شجاعت یعنی دلیری و دلیری یعنی شجاعت، در یک دورِ بی‌حاصل افتاده‌ایم. برای رفع این مشکل، به مفاهیم اولیه یا تعریف‌نشدنی نیازمندیم تا بتوانیم بقیهٔ مفاهیم را با استفاده از آن‌ها تعریف کنیم. بنابراین، یک متفکر نقاد، علاوه‌بر این‌که نسبت به تعریف واژه‌ها و مفاهیم حساس است، لزوم وجود مفاهیم اولیه و تعریف‌نشدنی را نیز درک می‌کند.

ب) مؤلفه دوم: تعریف‌ها

بنابه اظهار لین[15] (۲۰۰۴)، در مطالعه‌ای که فاوست (۱۹۳۸) برای شناخت تأثیر یک روش جدید تدریس هندسه در دبیرستان انجام داد، موفق شد مهارت‌های تفکر نقادانه و توانایی تجزیه و تحلیل دانش‌آموزان را حتی در زمینه‌های غیر ریاضی، ارتقا دهد. یکی از کارهایی که وی انجام داد، حساس کردن دانش‌آموزان نسبت به تعریف‌های دقیق، با شروع از زمینه‌های غیر ریاضی بود. به‌طور مثال، فاوست دانش‌آموزان را درگیر فعالیت‌های گروهی کرد و از آن‌ها خواست تا واژه‌هایی مثل «مدرسه»، «نتیجهٔ عالی» و «رستوران» را که در زندگی روزمره از آن‌ها استفاده می‌کنند، تعریف کنند تا به این ترتیب، با مفهوم تعریف، ملزومات و کارکردهای آن آشنا شوند.

پ) مؤلفه سوم: اصول موضوع

هنا (۱۹۸۳) یکی از چهار مؤلفهٔ هر ساختار اصل موضوعی را مجموعه‌ای از اصول می‌داند و ابراز می‌دارد که این مؤلفه، مهم‌ترین آن‌هاست. برخی دستگاه‌های اصل موضوعی ممکن است فاقد یک یا چند تا از این مؤلفه‌ها باشند، ولی هر ساختار اصل موضوعی، با وجود اصول، معنی‌دار است. همچنین، یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های تفکر نقادانه، توانایی استدلال استنتاجی است، اما استنتاج روی «هیچ چیز» انجام نمی‌شود. برای استنتاج حکم A_1 از حکم A_2، لازم است که حکم A_2 قبلاً به اثبات رسیده باشد. پس باید A_3ای وجود داشته باشد که A_2 از آن نتیجه شده باشد و ... این روند، همین گونه ادامه می‌یابد. به این ترتیب با زنجیری از گزاره‌ها مانند:

$$\dots \longrightarrow A_{i+1} \longrightarrow A_i \longrightarrow \dots \longrightarrow A_3 \longrightarrow A_2 \longrightarrow A_1$$

سروکار داریم که در آن، A_i از A_{i+1} استنتاج شده است. اما این زنجیر تا کجا ادامه دارد؟ نامتناهی بودن این زنجیر به این معناست که نمی‌توان درستیِ هیچ گزاره‌ای را ثابت کرد. بنابراین، A_iها باید جایی تمام شوند. متناهی بودن A_iها به دو شکل مختلف امکان‌پذیر است. یکی اینکه در این دنباله، یکی از گزاره‌ها مثل A_2، تکرار شوند که در این حالت، یک دور باطل در استدلال وجود دارد. یعنی برای اثبات درستی A_2 از درستی A_2 استفاده شده است:

$$A_2 \longrightarrow A_4 \longrightarrow A_3 \longrightarrow A_2$$

حالت دیگر این است که این زنجیر به A_nای منتهی شود که درستی آن را بدون اثبات پذیرفته‌ایم. چنین گزاره‌ای، «اصل» نام دارد که اثبات بدون وجود آن، امکان‌پذیر نیست. هر دستگاه ریاضی، اصول موضوع خاص خود را دارد. اصولی که با تغییر آن‌ها، ماهیت دستگاه ریاضی تغییر می‌کند و قضیه‌های تولید شده در آن، با قبل متفاوت خواهد بود.

مثلاً به گفتهٔ دوبونو (۱۹۹۲)، «شخصی که از پنجره‌ای با شیشهٔ معمولی به بیرون نگاه می‌کند، نمی‌تواند شخصی را که از درون شیشه‌ای به رنگ صورتی به بیرون می‌نگرد متقاعد کند که جهان صورتی نیست» و منشأ بسیاری از سوء تفاهم‌ها را تفاوت باورها، تفاوت چارچوب فکر افراد با یکدیگر یا متفاوت بودن اصول پذیرفته شده توسط آن‌ها می‌داند. دوبونو (۱۹۹۱) به این جمع‌بندی می‌رسد که اگر شخصی که از پنجره‌ای با شیشهٔ معمولی بیرون را نگاه می‌کند، بداند دیگری جهان را در چه چارچوبی می‌بیند، او را بهتر درک کرده و برای متقاعد کردن او، از راه‌حل‌های هوشمندانه‌تری بهره خواهد برد.

در هر صورت، ضروری است که به این نکته مهم توجه شود که به دلیل پیچیده بودن ساختار تفکر بشر، امکان ندارد که آن را با یک دستگاه اصل

دوبونو (۱۹۹۲) با تأکید بر تفکر خلاق، اعتقاد دارد که تفکر نباید به وسیلهٔ اصول هدایت شود. زیرا هرگاه از اصل شروع کنیم، تنها از طریق آن اصل، موقعیت را درک می‌کنیم و این مسئله، باعث نادیده انگاشتن حالت‌های ممکن دیگر می‌شود و خلاقیت را از بین می‌برد. اما هرگاه پس از عمیق کردن تفکر به اصل بازگردیم، برای رسیدن به ادراکی گسترده‌تر، فرصت بیشتری پیدا می‌کنیم

موضوعی ریاضی‌وار، مدل‌سازی کنیم. اصول ذهنی افراد، با سازوکارهای پیچیده‌ای در حال تغییر است و همین تغییر است که موجب خلاقیت می‌شود. دوبونو (۱۹۹۲) با تأکید بر تفکر خلاق، اعتقاد دارد که تفکر نباید به وسیلهٔ اصول هدایت شود. زیرا هرگاه از اصل شروع کنیم، تنها از طریق آن اصل، موقعیت را درک می‌کنیم و این مسئله، باعث نادیده انگاشتن حالت‌های ممکن دیگر می‌شود و خلاقیت را از بین می‌برد. اما هرگاه پس از عمیق کردن تفکر به اصل بازگردیم، برای رسیدن به ادراکی گسترده‌تر، فرصت بیشتری پیدا می‌کنیم.

ت) مؤلفه چهارم: قوانین استنتاج

در دستگاه‌های اصل موضوعی ریاضی، معمولاً از قواعد منطق مرتبهٔ اول کلاسیک برای استنتاج استفاده می‌شود که مدت‌ها، به‌عنوان یک مادهٔ درسی مستقل در مدارس تدریس می‌شد. با وجودی که قوانین استنتاج، در تفکر نقادانه نیز کاربرد وسیعی دارند، اما به گفتهٔ ادافر و تورنکویست (۱۹۹۳)، بعضی یافته‌های تحقیقاتی نشان می‌دهند که دانش‌آموزان نمی‌توانند این قوانین را در زندگی روزمرهٔ خود به کار ببرند و برای ایجاد این توانایی، باید از موقعیت‌های واقعی در زندگی استفاده کنند. جونز (۲۰۰۱) در کتاب خود با عنوان «پایه و اساس تفکر نقادانه» علاوه بر این که بخش‌هایی را به آموزش منطق ریاضی اختصاص داده است، مثال‌ها و تمرین‌های فراوانی را از کاربرد این قوانین در زندگی واقعی بیان می‌کند و اشتباهات رایج در این زمینه را مطرح می‌نماید.

آشنایی با قواعد استنتاج و توانایی به‌کارگیری آن‌ها، تنها یک وجه توانایی استدلال استنتاجی است و دانش‌آموزانی که با آن‌ها آشنایی داشته باشند، می‌توانند در زمینه‌های مجردتر، به خوبی با آن‌ها دست‌ورزی کنند. اما مشکل وقتی دیده می‌شود که شخص می‌خواهد برای تفکر نظام‌مند روی یک مسئلهٔ واقعی زندگی، آن را به زبان منطق ریاضی تبدیل کند، یعنی کاری که یک متفکر نقاد به‌طور پیوسته با آن سروکار دارد. این مشکل حتی در تبدیل مسائل ریاضی که به زبان دقیق ریاضی بیان نشده‌اند، نیز وجود دارد.

همه این‌ها نشان می‌دهد که برای تقویت تفکر در رویکرد اصول موضوعی، یادگیریِ مدل‌سازی، نمادگذاری و تبدیل مسئله به زبان ریاضی، ضروری است.

مدل‌سازی و نمادگذاری

برای حل مسائل روزمره با استفاده از رویکردهای اصل موضوعی، ابتدا باید مسئله را از صورت اصلی خارج کرده و با مدل کردن آن و نمادگذاری روی پارامترهای مختلف موضوع، آن را به شکلی تبدیل کرد که بتوان با استفاده از منطق اصل موضوعی، به بررسی و تجزیه و تحلیلش پرداخت. مقولهٔ مدل‌سازی و نحوهٔ نمادگذاری اگر دقیق و مناسب نباشد خود باعث سردرگمی و ناتوانی در حل مسئله خواهد شد.

در دنیای مدرن و با تکنولوژی پیشرفته جدید، زبان ریاضی نسبت به زبان عادی نقش بیشتری در پیدا کردن راه حل برای رفع مشکلات روزمره ایفا می‌کند. برنامه‌نویسی و رمزگشایی اطلاعات، کلمات اختصاری و نمایندگی و تجزیه و تحلیل داده‌ها، همگی فرآیندهایی هستندکه در آن‌ها، از علائم ریاضی استفاده می‌شود. ریاضی نیز زبانی با نگارش خاص خود و واژگان شناخته شده جهانی دارد (استی[۱۶]، ۲۰۱۱).

به گفتهٔ بل، کاستلو و کوچمان[۱۷](۱۹۸۳) یافته‌های عمومی حاکی از آن است که یادگیری زبان ریاضی، در یک کلاس معلم محور، بهتر صورت می‌گیرد، درحالی‌که در یک کلاس دانش‌آموز محور، ارائهٔ این زبان، خود به بروز مشکلات جدیدی می‌انجامد. البته آن‌ها، این مشکل را در نقص موجود در کتاب‌های درسی می‌دانند و استدلال می‌کنند که اگر توضیح مفاهیم، روش‌ها، واژگان، قواعد و نمادها در تمام کتاب‌های درسی ریاضی، واضح و روشن باشد، این مشکل پیش نمی‌آید. هم‌چنان که روبنشتاین و تامپسون (۲۰۰۱) هم تأکید کرده‌اند که اگر دانش‌آموزان درک درستی از علائم و نمادهای ریاضی و ارتباط بین آن‌ها پیدا کنند، ممکن است مفاهیم کسب شده در بحث را بهبود بخشند و در آن صورت، کلاس می‌تواند از معلم محوری، به سوی دانش‌آموز محوری تغییر یابد.

جمع‌بندی

رویکرد اصل موضوعی نه تنها در ریاضیات بلکه در اکثر نظریه‌های علمی، از جایگاه خاصی برخوردار است، با این وجود، ورود این رویکرد به آموزش ریاضی

دورهٔ متوسطه، در دورهٔ ریاضیات جدید، واکنش‌های تندی درپی داشــت. به‌دنبال این واکنش‌ها در اغلب کشــورهای جهان، رویکرد اصل موضوعی به سرعت از آموزش متوســطه حذف گردید، ولی جنجال‌های زیادی را به‌دنبال خود داشت، و طرفداران و منتقدان آن هم‌چنان در عرصهٔ آموزش فعال هستند.

با وجود چالش‌ها و نظرات منتقدانه نسبت آموزش ریاضی با رویکرد اصــل موضوعی، آموزش تفکر اصل موضوعــی با ارزش و به‌عنوان یکی از وجوه گران‌بهای ریاضی، همیشــه مورد توجه بوده اســت. آنچه که در این مقاله بدان پرداخته شــد، می‌تواند هشداری برای علاقمندان به این رویکرد باشد که وجوهی از رویکرد اصل موضوعی، نه به‌عنوان شاکله برنامه درسی ریاضی و بستر آموزش مدرسه‌ای، بلکه به‌عنوان ظرفیتی برای تقویت پرورش تفکر نقادانه در دانش‌آموزان سال‌های آخر دبیرستان، در نظر گرفته شود.

پی‌نوشت‌ها

1. P Suppes
2. De Villiers
3. Grundlagen der Geometrie
4. Ethica, more geometrico demonstrata
5. Clements
6. Ellerton
7. Freudenthal
8. Hersh
9. Human
10. Kline
11. Fischbein
12. Lakatos
13. Van Hiele
14. Circular Definition
15. Lane
16. Esty
17. Bell, A.W., Costello, J. & Kuchemann, D.E.

منابع

1. Bell, A.W., Costello, J. & Kuchemann, D.E., (1983). **A Review of Research in Mathematical Education; Part A: Research on Learning and Teaching**. Windsor, Berks: NFER-Nelson Publishing Coy Ltd.
2. Clements, M. A. & Ellerton, Nerida F. (1996). **Mathematics Education Research: Past, Present and Future**. Unesco Principal Office for Asia and Pacific, Bangkok, Thailand.
3. De Villirers, Micheal. (1986). **The Role of Axiomatisation in Mathematics Teaching**. Originally Published in 1986 Research Unit for Mathematics Education (RUMEUS) University of Stellenbosch, South Africa.
4. Esty, W., (2011). **The Language of Mathematics**. Retrieved on 06/12/11 from: http://www.augustusmath.hypermath.net
5. Hanna,Gila. (1983). **Rigorous Proof in Mathematics Education**. The Ontario Institute for Studies in Education. Printed in Canada.
6. Kristen N. Bieda, (2010), Enacting Proof-Related Tasks in Middle School Mathematics: Challenges and Opportunities. Michigan State University. **Journal for Research in Mathematics Education** 2010, Vol. 41, No. 4, 351–382.
7. Jones,Royce P. (2001). **Foundations of Critical Thinking**. Harcourt College Publishers.Printed in the United States of America.
8. Lane, Erica. (2004). The Nature of Proof in Today’s Classroom. **The Montana Mathematics Enthusiast (TMME)**. vol. 1, No. 2 (October 2004). pp. 58.
9. Rubenstein, R.N. & Thompson, D.R., (2001). Learning Mathematical Symbolism: Challenges and Instructional Strategies. **Mathematics Teacher** (94), 4, Reston, VA: NCTM.
10. Suppes, P. (1965). The axiomatic method in high school mathematics. **In The Conference Board of The Mathematical Sciences, The role of axiomatics and problem solving in mathematics** (pp.69-76). Boston: Ginn.

۱۱. ادافر، فارز ج. و تورنکویست، بروس. (۱۹۹۳) **تفکر انتقادی، اســتدلال ریاضی و اثبات**. ترجمه: جــواد حاجی‌بابایی. گروه ریاضی ، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۱۲. دوبونــو، ادوارد. (۱۹۹۲). **من درســت می‌گویم، تو غلط**. ترجمه: پوراندخت مجلسی (۱۳۸۲). انتشارات سپیده سحر.

۱۳. شافرســمن، اســتیون دی. (۱۹۹۱). **مقدمــه‌ای بر تفکر انتقادی**. ترجمه و تلخیص: پروانه زاهدی‌فر. مجله رشد آموزش علوم اجتماعی. دورهٔ نهم. شمارهٔ ۱، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۱۴. قدکساز خسروشاهی، لیلا. (۱۳۸۶). ریاضیات اصل موضوعی؛ قالبی نامناسب، اما موضوعی مناسب برای آموزش. **مجله رشد آموزش ریاضی**. دورهٔ بیست و چهارم. شمارهٔ ۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، ســازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۱۵. کورانــت، ریچــارد و رابینــز، هربــرت. (۱۹۹۵). **ریاضیات چیست**؟ ویراست دوم: یان استیوارت. ترجمه: سیامک کاظمی (۱۳۷۹). نشر نی.

۱۶. لاآلــی، جواد. (۱۳۶۳). اصول موضوعهٔ اعداد طبیعی و بحثی در اصل اســتقراء ریاضی، **مجله رشد آموزش ریاضی**. شمارهٔ ۱. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درســی، ســازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.